Számsorozatok és tulajdonságaik (korlátosság, monotonitás, konvergencia). Nevezetes számsorozatok, és végtelen mértani sorok.

Számsorozatokkal már az ókori görögök is foglalkoztak. Ismerték a számtani sorozat összegzésének módját, az első n négyzetszám összegének a kiszámítását. A sorozatok vizsgálata vezetett el később a differenciál- és integrálszámításhoz.

**Számsorozat definíció**: A számsorozat olyan függvény, amelynek értelmezési tartománya pozitív egész számok halmaza, értékkészlete pedig valamilyen számhalmaz.

**Monotonitás**: Az {an} sorozat szigorúan monoton növekvő, ha minden pozitív egész n-re teljesül: an<an+1 (an>an+1). Sima monotonitás esetén az egyenlőség is megengedett.

* Monoton sorozat határesete a **konstans** sorozat

**Korlátosság:** Egy {an} sorozatnak K felső korlátja, ha minden pozitív egész n-re teljesül. Ilyenkor a sorozat felülről korlátos. Egy sorozat korlátos, ha alulról felülről korlátos.

**Konvergencia:** Az {an} sorozat konvergens és határértéke az A szám, ha minden pozitív з számhoz létezik olyan N pozitív egész, hogy a sorozat aN utáni tagjai mind az A szám з sugarú környezetébe esnek, vagyis minden pozitív з számhoz létezik olyan N pozitív egész, hogy minden n>N esetén  
|an-A| < з . Jelölése: , vagy an 🡪 A .

A nem konvergens sorozatokat **divergens**nek nevezzük.

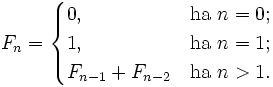
**Tétel:** Felülről korlátos szigorúan monoton növekvő sorozat konvergens.

**Torlódási pont**: Az a pont amelynek bármely környezete tartalmaz sorozatbeli pontot.

**Sorozatok közti műveletek:**

* <an> +|- <bn> = <an+bn>
* c ϵ **R** , c\*<an> = <c\*an>
* <an> \* <bn>=<an \* bn>

**Nevezetes számsorozatok:**

* Számtani sorozat
  + n-edik elem: an=a1+(n-1)d
  + első n tag összege:
    - bizonyítása
* Mértani sorozat
  + n-edik elem: an=a1\*qn-1
  + első n tag összege:
    - bizonyítása
* Fibonacci sorozat:
  + Az első két elem a 0, 1 az összes további elem az előtte lévő kettő összege. Képletként: 
  + Fibonacci a nyuszik szaporodásának problémájától jutott el a sorozatig.
  + Tétel: A Fibonacci sorozat minden 3. eleme páros.
  + Tétel: Fibonacci sorozat minden 4. eleme osztható 3-al.
  + Tétel: A Fibonacci sorozat bármely két szomszédos tagja relatív prím
  + fn/fm 🡪 n/m , a tagok akkor osztják egymást, ha sorszámaik is
  + Tétel: Számpárainak a hányadosa az aranymetszés irracionális számához konvergál
  + Tétel: két Fibonacci típusú sorozat összege és különbsége is fibonacci típusú
    - Bizonyítása
* – szigorúan monoton növekvő / felülről korlátos
  + következik belőle az e

**Sorok:**

<an>

S1=a1

S2=a1+a2

<Sn> : sor a részletösszegek sorozata

* ha <Sn> sorozat konvergens akkor a határértékét a sor összegének nevezzük

**Mértani sor összege**:

**Zenon**: Akhilleusz és a teknősbéka versenye, a köztük lévő távolság feleződik, ezért Akhilleusz nem nyerhet mivel előnyt adott a teknősnek, megoldás a sorok.

**Sorok közti műveletek:**

**Alkalmazások:**

* Mértani sorozat: kamatos kamat
* Fibonacci sorozat: természet/művészet + kapocs aranymetszéshez(építészet, fényképészet, zene)
* Sorok: Zenon agóriák
* prímszámok reciprokai